4　数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n　数列 $\{b_n\}$ の初項 b_1 から第 n 項 b_n までの和を T_n とするとき
$a_1=2$　$b_1=0$　$a_{n+1}=3T_n+2$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$　$b_{n+1}=3S_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$
が成り立つ。

ア　$a_2=3T_1+2=3\cdot0+2=2,\ b_2=3S_1=3\times2=6$

イ　$a_{n+1}-a_n=(3T_n+2)-(3T_{n-1}+2)=3(T_n-T_{n-1})=3b_n$
よって　$a_{n+1}=a_n+3b_n$　同様に　$b_{n+1}=3a_n+b_n$

ウ　$a_n+b_n=2\times4^{n-1}=2^{2n-1}$
同様に　$a_n-b_n=2\times(-2)^{n-1}=(-1)^{n-1}\cdot2^n$

エ　$a_n=\dfrac{1}{2}\{2^{2n-1}+(-1)^{n-1}\cdot2^n\}=2^{2(n-1)}+(-2)^{n-1}$

オ　$b_n=\dfrac{1}{2}\{2^{2n-1}-(-1)^{n-1}\cdot2^n\}=2^{2(n-1)}-(-2)^{n-1}$

5　$N(n)$ は3で割って2余る正の整数とする。ただし $n=1, 2, 3, \cdots$

ア　N＝20　Nの正の約数の総和 $1+2+4+5+10+20=42$　この整数42は3の倍数である

イ　数学的帰納法とは　正の整数 n について成立する命題の証明方法である

ウ　$N(n)=3n-1$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

エ　$n=k$ のとき　$N(k)=3k-1$ の正の約数の総和が3の倍数と仮定

$n=k+1$ のとき　$N(k+1)=3(k+1)-1=(3k-1)+3$　$3k-1$ の正の約数の総和は3の倍数, 3は3の倍数　従って　$n=k+1$ のとき $N(k+1)$ の正の約数の総和は3の倍数

オ　数学的帰納法エによって　すべての正の整数 n で $N(n)$ の正の約数の総和は3の倍数であることが証明された

答え

$\boxed{1}$ ア　イ　エ　　$\boxed{2}$ ア　エ　　$\boxed{3}$ エ

$\boxed{4}$ なし　　$\boxed{5}$ エ　オ