2　次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。

$$a_1=2 \quad a_{n+1}=\frac{a_n}{2-3na_n} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

（１）a_2，a_3 を求めよ。また $n\geqq 2$ のとき $a_n<0$ を示せ。

（２）$b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}$ とおく。b_{n+1} を b_n を用いて表せ。また数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

（３）数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

解法の糸口

①　$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2-3na_n}$ より　$\dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{2}{a_n}-3n$ と変形しておく

$n\geqq 2$ のとき　$a_n<0$ の証明は　数学的帰納法を適用

②　$b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=\left(\dfrac{2}{a_n}-3n\right)-\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{1}{a_n}-3n$

$b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}$ に着目して $b_{n+1}-b_n$ を考えると　実にうまく

b_{n+1} を b_n で表すことが出来そう…

③　二項間の漸化式は　特性方程式を活用して変形

④　$b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}$　階差数列の解法　$\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{1}{a_1}+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}b_k$　$(n\geqq 2)$

⑤　最終題は検算

解答

今後　詳細な解答はメルカリで参照してください

感想

久しぶりの階差数列に関する問題　寝言公式として扱ってきた公式をここでは再度公式導入の基本から解答しておきました。受験生にとって　チョット計算が複雑な良問となっていますね