2　平行四辺形OBCDにおいて　辺OAの中点をE　辺ABを $k:(1-k)$ に内分する点 をF　辺BCを 1：2に内分する点をG　対角線ACと線分OGの交点をPとする。　ただし $0<k<1$ である。また　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とし $\left|\vec{a}\right|=2$　$\left|\vec{c}\right|=1$　内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}=1$ とする。

（1） $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

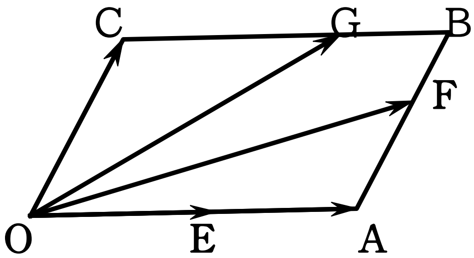
（2） $\left|\overrightarrow{\mathrm{EF}}\right|^2$ および内積 $\overrightarrow{\mathrm{EF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{EP}}$ を k を用いて表せ。

（3）平行四辺形OABCの面積を求めよ。

（4）平行四辺形OABCの面積が三角形EFPの面積の 6 倍であるとき k の値を求めよ。

解法の糸口

① 平行四辺形OABCにおいて $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくと $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{a}+\vec{b}$



② 分点ベクトル

$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\dfrac{1}{2}\vec{a}$　$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{a}+k\vec{c}$

$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\vec{c}+\dfrac{2}{3}\vec{a}$

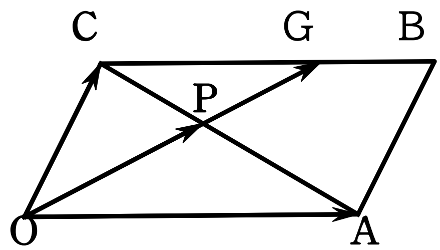
③ 交点ベクトル

対角線ACと線分OGの交点P

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を2通りで表示　Pは線分ACを $(1-l):l$

Pは線分OGを $m:(1-m)$ に内分

係数比較して l, mを 求めて$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$ で表す



④ 内積

内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}=1$ より $\left|\vec{a}\right|\left|\vec{c}\right|\cos\angle AOC=1$であるから∠AOCが求まる。

平行四辺形OABCの面積　三角形OACの形が決まる

⑤ 三角形EFP の面積　面積公式S= $\dfrac{1}{2}\sqrt{\left|\vec{a}\right|^2\left|\vec{b}\right|^2-\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2}$ の適用

$\boxed{\text{解答}}$

今後　詳細な解答はメルカリを参照してください

$\boxed{\text{感想}}$

平行四辺形と三角形に関する典型的な平面ベクトル題　問題が多岐にわたっていて　なかなか面白かったですね…