6　1個のサイコロを 3の倍数でない目が出るまで繰り返し投げるが3の倍数の目が4回続けて出たら投げるのを止める。これを1回の試行とする。
1回の試行において出た目の和を S_1　2回目の施行において出た目の和を S_2 とおき　$S=S_1+S_2$ とおく。

ア　$S_1=1$ である確率 $P(S_1=1)=\dfrac{1}{6}$

イ　$S_1=7$ である確率 $P(S_1=7)=0$　また　$S_1=3$ である確率 $P(S_1=3)=0$

ウ　$5=1+4, 4+1, 2+3, 3+2$ であるから $S_1=5$ である確率
$$P(S_1=5)=\left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\right)\times 4=\frac{1}{9}$$

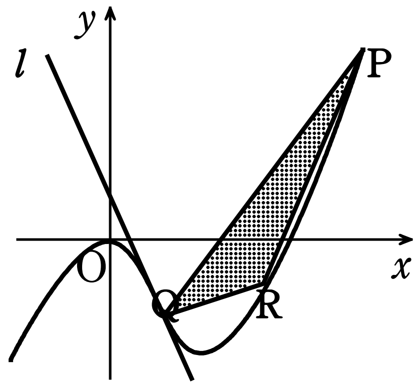
エ　1回目の試行において　3の倍数でない目が出るまで繰り返しサイコロを投げるから $S_1=4$ である確率　4，3+1 に着目
$$P(S_1=4)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{7}{36}$$

オ　$S=S_1+S_2$，$S=5$ である確率
$S_1<S_2$ のとき　$(S_1,\ S_2)=(1,\ 4),\ (2,\ 3)$
$$確率\quad \frac{1}{6}\times\frac{7}{36}+\frac{1}{6}\times 0=\frac{7}{216}$$
$S_1>S_2$ のときも考えて　確率 $P(S=5)=\dfrac{7}{216}\times 2=\dfrac{7}{108}$

7　曲線 $y=x^3-3x^2$ をCとする。C上に点P(4，16) と変曲点Qがある。

ア　$y=x^2(x-3)$ より　C は原点で x 軸と接し, x 軸と $(3,\ 0)$ で交わっている

イ　微分する　$y'=3x^2-6x=3x(x-2)$　さらに 微分した第2次導関数 $y''=6x-6=6(x-1)$



ウ　変曲点Q(1, −2)における右図の直線 l は接線 ではない。あえて言えば Cの割線と言える

エ　点Rが曲線C上をQからPまで動くとき三角形PQRの面積が最大となる点Rは線分PQに平行な曲線PQ上の接点である

R（$\alpha, \alpha^3-3\alpha^2$）とおく。PQの傾き $\dfrac{16-(-2)}{4-1}$，接線の傾き $3\alpha^2-6\alpha$

よって $3\alpha^2-6\alpha=6$　$\alpha^2-2\alpha-2=0$　$1\leqq\alpha\leqq4$より $\alpha=1+\sqrt{3}$，

このとき　$\alpha^3-3\alpha^2=\alpha^2(\alpha-3)=(4+2\sqrt{3})(-2+\sqrt{3})=-2$

従って Q とRの y 座標が等しい

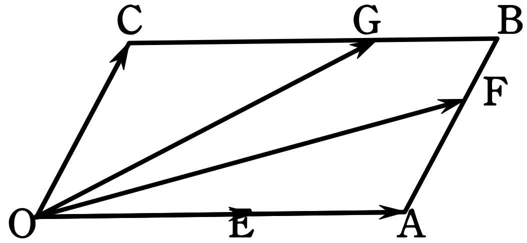
オ　三角形PQRの最大面積　$\dfrac{1}{2}\times\{(1+\sqrt{3})-1\}\times(16+2)=9\sqrt{3}$

8

平行四辺形OBCDにおいて　辺OAの中点をE　辺ABを $k:(1-k)$に内分する点 をF　辺BCを 1：2に内分する点をG　対角線ACと線分OGの交点をＰとする。　ただし $0<k<1$ である。

また $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とし $|\vec{a}|=2$

$|\vec{c}|=1$　内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}=1$ とする。



ア　題意を図示すると右図である

イ　$\overrightarrow{OE}=\dfrac{1}{2}\vec{a}$　$\overrightarrow{OF}=\vec{a}+k\vec{c}$　$\overrightarrow{OG}=\vec{c}+\dfrac{2}{3}\vec{a}$

ウ　対角線ACと線分OGの交点P　$\overrightarrow{OP}=l\overrightarrow{OA}+(1-l)\overrightarrow{OC}$　$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OG}$

とすると　$l\vec{a}+(1-l)\vec{c}=\dfrac{2}{3}m\vec{a}+m\vec{c}$　$\vec{a}$，$\vec{c}$ は $\vec{0}$ でなく平行でない

から $l=\dfrac{2}{3}m$，$1-l=m$　従って $l=\dfrac{2}{5}$　ゆえに $\overrightarrow{OP}=\dfrac{2}{5}\vec{a}+\dfrac{3}{5}\vec{c}$

エ　内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}=1$ より $|\vec{a}|\,|\vec{c}|\cos\angle AOC=1$　$\cos\angle AOC=\dfrac{1}{2}$

従って　$\angle AOC=\dfrac{\pi}{3}$　OA$=2$, OC$=1$より　△OACは $1, 2, \sqrt{3}$

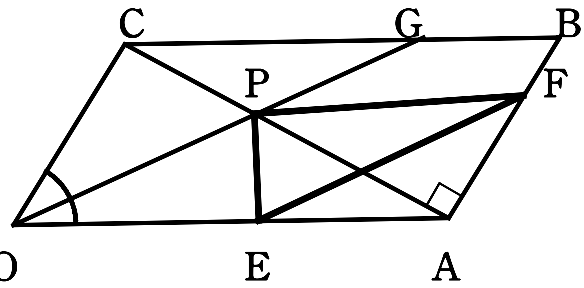
の直角三角形 ゆえに∠BAC$=\dfrac{\pi}{2}$

オ　三角形EPFの面積を k で表す

△EPFの面積

＝△APFの面積＋△AEPの面積

－△AEFの面積



9　$f(x)=x^2-3$とおき　曲線 $y=f(x)$ をCとする。 $a_1=3$とし

点 $(a_1, f(a_1))$におけるCの接線と x 軸との交点の x 座標を a_2 とする。

次に　点 $(a_2, f(a_2))$ におけるCの接線と x 軸との交点の x 座標を a_3

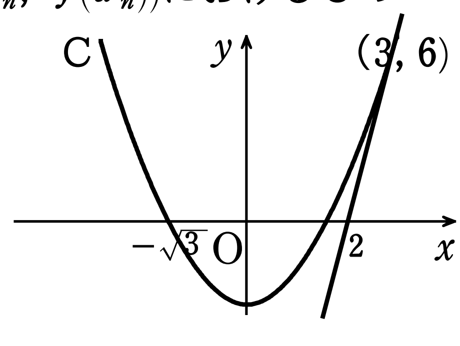
とする。同様に 3以上の自然数 n に対し　点 $(a_n, f(a_n))$におけるCの

接線と x 軸との交点の x 座標を $a_{n+!}$ とする。

ア　曲線 $y=x^2-3$ 上上の点 $(3,\ 6)$ における

接線の方程式　$y-6=6(x-3)$ より

$y=6x-12$　よって $a_2=2$



イ　$a_3=\dfrac{5}{3}$

ウ　点 $(a_n, f(a_n))$におけるCの接線の方程式 $y=2a_nx-(a_n{}^2+3)$, $a_n\fallingdotseq 0$

より $a_{n+!}=\dfrac{a_n{}^2+3}{2a_n}$

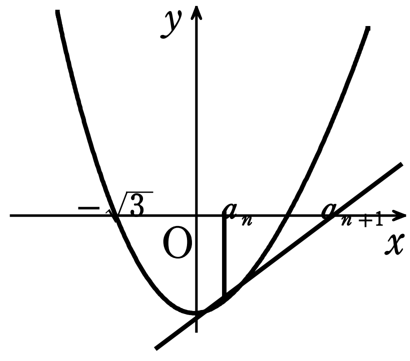
エ　$a_{n+1}=\sqrt{3}$ と仮定　$a_n{}^2-2\sqrt{3}a_n+3=0$

$(a_n-\sqrt{3})^2=0$　従って $a_{n+1}=a_n$ 題意に

不適であるから $a_{n+1}\fallingdotseq\sqrt{3}$

オ　$a_{n+1}=\sqrt{3}$ を満たす a_n は存在しなかったが

右図のような a_n が存在することがある



$\boxed{\text{答え}}$

$\boxed{1}$	オ	$\boxed{2}$	エ	$\boxed{3}$	なし
$\boxed{4}$	エ	$\boxed{5}$	ア	$\boxed{6}$	イ　ウ
$\boxed{7}$	ウ	$\boxed{8}$	なし	$\boxed{9}$	イ　オ