前期日程

1　2　3　4　理工学部　医学部（保健）

5　6　7　8　医学部（医）　歯学部　薬学部

1　t を実数とする。

原点をOとする座標空間内に3点 $A(1,\ -t,\ 0)$, $B(t+1,\ -t-1,\ 2)$

$C(t-1,\ -t-2,\ -1)$ をとる。

（１）内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を t を用いて表せ。

（２）t が実数全体を動くとき　三角形ABCの面積の最小値を求めよ。

（３）4点O, A, B, Cが同一平面上にあるときの t をすべて求めよ。

2　t を実数とする。

x の2次方程式 $x^2-(2t^2-3)x+t^4-7t^2+6t=0$ ....（＊）がある。

（１）$x=0$ が(＊)の解となる t の値をすべて求めよ。

（２）$a,\ b,\ c,\ d$ を実数とする。すべての実数 t について $x=t^2+at+b$ および $x=t^2+ct+d$ が(＊)の解となる $a,\ b,\ c,\ d$ の値を求めよ。

ただし　$b>d$ とする。

（３）(2)の $a,\ b,\ c,\ d$ に対し　$\alpha(t)=t^2+at+b,\ \beta(t)=t^2+ct+d$ とする。

$|\alpha(t)|=|\beta(t)|$ となる t をすべて求めよ。また　それらの t に対する $|\alpha(t)|$ の最小値を求めよ。

3　数列

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{1}{8},\ \frac{2}{8},\ \frac{4}{8},\ \frac{1}{16},\ \frac{2}{16},\ \frac{4}{16},\ \frac{8}{16},\ \frac{1}{32},\ \frac{2}{32},\ \frac{4}{32},\ \cdots\cdots$$

の規則性を推測し　次の問いに答えよ。

（１）数列の各項を既約分数で表す。このとき　最初に現れる $\dfrac{1}{128}$ は第何項か。

また　2回目に現れる $\dfrac{1}{512}$ は第何項か。

（２）第300項を求めよ。　ただし　既約分数で表せ。

（３） k を自然数とする。 $n=2k^2+k+1$ のとき　初項から第 n 項までの和を k を用いて表せ。

4　$f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ とする。原点をOとする座標平面上の曲線 $y=f(x)\ (x>0)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線を l とし　l と x 軸との交点をP，l と y 軸との交点をQとする。また　三角形OPQの面積をSとする。

（１）接線lの方程式を求めよ。

（２）Sを t を用いて表せ。

（３） t が $0<t<1$ の範囲を動くとき　Sの最小値を求めよ。

5　座標空間内の点O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(1, 1, 0), D(1, 1, 2) E(0, 1, 2)を考える。線分OAを 3:1 に内分する点をP,　線分BE上で $\overrightarrow{\mathrm{BQ}}=s(0, 0, 1)\ (0\leqq s\leqq 2)$ となる点をQ, 線分PQ上で $\overrightarrow{\mathrm{PR}}=t\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\ (0<t\leqq 1)$ となる点R, 直線ORと平面BCEとの交点をSとおく。

（１） $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ を s, t を用いて表せ。

（２）点Sが平面BCE上の四角形BCDE上の周または内部にあるための s, t の条件を求めよ。

（３） s, t が(2)の条件を満たすとき　平面BEP上で点Rが描く図形の面積を求めよ。

6　t を実数とする。

x の2次方程式 $x^2-(2t^2-3)x+t^4-7t^2+6t=0$ ….（＊）がある。

（１） $x=0$ が(＊)の解となる t の値をすべて求めよ。

（２） a, b, c, d を実数とする。すべての実数 t について $x=t^2+at+b$ および $x=t^2+ct+d$ が(＊)の解となる a, b, c, d の値を求めよ。

ただし　$b>d$ とする。

（３）(2)の a, b, c, d に対し　$\alpha(t)=t^2+at+b,\ \beta(t)=t^2+ct+d$ とする。
関数 $f(t)$ を以下の式で決める。

$$f(t)=\begin{cases}|\alpha(t)| & (|\alpha(t)| \geqq |\beta(t)| \text{ のとき}) \\ |\beta(t)| & (|\alpha(t) < |\beta(t)| \text{ のとき}|) \end{cases}$$

t が実数全体を動くとき　$f(t)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{7}$　$f(x)=x+\sqrt{2x-x^2}\ (0 \leqq x \leqq 2)$ とする。原点をOとする座標平面上の曲線C： $y=f(x)$ と直線 $l: y=x$ を考える。

（１）関数 $f(x)$ の増減を調べ　$f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。

（２）曲線C上の点P $(x,\ f(x))\ (0<x<2)$ から直線 l に下した垂線をPHとする。線分PHの長さを r, 線分OHの長さを t とするとき　r および t をそれぞれ x を用いて表せ。

（３）直線 l と直線 $y=-x+3$ との交点をA, 曲線Cと直線 $y=-x+3$ との交点をBとする。曲線Cと2つの線分OAとABで囲まれた部分を　直線 l の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

$\boxed{8}$　n を3以上の整数とする。3つの整数 $a, b, c\ (1 \leqq a < b < c \leqq 2n)$ に対し $p=b-a$ と $q=c-b$ とする。
(a, b, c) の値を $p \geqq q$ ならば $(a, b,, c) =\ p$ とし　$p<q$ ならば $(a, b, c) =\ q$ とする。 $(2n-2)$ 以下の自然数 k に対して　$(a, b, c)=k$ となる3つの整数 $a, b, c\ (1 \leqq a < b < c \leqq 2n)$ の選び方の総数を $S(k)$ とする。

（１）$n=3$ のとき　$S(2),\ S(3)$ を求めよ。

（２）$n \leqq k \leqq 2n-2$ のとき　$S(k)$ を n, k を用いて表せ。

（３）$1 \leqq k \leqq n-1$ のとき　$S(k)$ を n, k を用いて表せ。

（４）$k=1, 2, 3, \cdots, 2n-2$ に対する $S(k)$ の最大値をMとする。
n が3の倍数のとき　Mを n を用いて表せ。