前期日程

1	2	3	4	理工学部　医学部（保健）
3	4	5	6	医学部（医）　薬学部　歯学部

1 曲線 $y=x^3-3x^2$ をＣとする。Ｃ上の点Ｐ $(4, 16)$ およびＣの変曲点Ｑについて　以下の問いに答えよ。

（１）点Ｑにおけるの接線および法線の方程式を求めよ。

（２）Ｃ上の点Ｒが点Ｐと点Ｑの間を動くとき　三角形ＰＱＲの面積が最大となる点Ｒの x座標αを求めよ。

（３）(2)のαに対して　定積分 $\int_{\alpha}^{4}(x^3-3x^2)$ を求めよ。

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。

$$a_1=2 \qquad a_{n+1}=\frac{a_n}{2-3na_n} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

（１） a_2，a_3 を求めよ。また $n\geqq 2$ のとき $a_n<0$ を示せ。

（２） $b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}$ とおく。b_{n+1} を b_n を用いて表せ。　また数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

（３）数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3 座標平面上の原点Ｏを中心とする単位円の円周上に3点A, B, Ｃがこ の順番で反時計回りに位置している。

$\angle\mathrm{AOB}=\alpha$　$\angle\mathrm{BOC}=\beta$　$(\alpha>0, \beta>0)$ とする。

（１）$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$, $\beta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき　$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2$を求めよ。

（２）$\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{3}$　$\sqrt{2}\sin\alpha=\cos\alpha$ のとき　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を求めよ。

（３）$\alpha+\beta=\pi$ のとき $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を満たす座標平面上の点Pが1点のみになる条件をαを用いて表せ。

4　曲線 $y=\dfrac{x^2}{2}-1$ をCとする。

（１）曲線C上の点 $\left(t,\ \dfrac{t^2}{2}-1\right)$ $(t \neq 0)$ における法線の方程式を求めよ。

（２）点 $\left(-1,\ \dfrac{3}{2}\right)$ を通る曲線Cの異なる2つの法線を求めよ。

（３）(1)で求めた法線のうち　点（X，Y）$(X \neq 0)$ を通るものがちょうど2つ存在するための条件をXとYの関係式で表せ。

（４）曲線Cの $x \geqq 0$ の部分と(2)で求めた2つの法線で囲まれた図形の面積を求めよ。

5　関数 $f(x)$ は $x \geqq 0$ のとき $f(x) \geqq 0$ を満たす。自然数 n に対して連立不等式 $0 \leqq x \leqq n$　　$0 \leqq y \leqq f(x)$ の表す xy 平面上の領域の面積を S_n　その領域に含まれる x 座標と y 座標が共に整数である点の個数を L_n とおく。

（１）$f(x)=x^3$ のとき L_n を n を用いて表せ。

（２）$f(x)=x^3$ のとき $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

（３）$f(x)=xe^x$ のとき $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{1}{S_n} \sum_{k=0}^{n} ke^k$ および $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

6　1個のサイコロを 3の倍数でない目が出るまで繰り返し投げるが3の倍数の目が4回続けて出たら投げるのを止める。これを1回の試行とする。1回の試行において出た目の和を S_1　2回目の施行において出た目の和を S_2 とおき $S=S_1+S_2$ とおく。

（１）$S_1 \geqq 6$ となる確率および $S_1 \geqq 7$ となる確率を求めよ。

（２）$S=9$ となる確率を求めよ。

（３）$S \geqq 11$ となる確率を求めよ。

後期日程

理工学部

1 曲線 $y=x^3-3x^2$ をＣとする。Ｃ上の点Ｐ $(4, 16)$ およびＣの変曲点Ｑについて　以下の問いに答えよ。

（１）点ＱにおけるＣの接線および法線の方程式を求めよ。

（２）Ｃ上の点Ｒが点Ｐと点Ｑの間を動くとき　三角形ＰＱＲの面積が最大となる点Ｒの x座標αを求めよ。

（３）(2)のαに対して　定積分 $\int_{\alpha}^{4}(x^3-3x^2)\,dx$ を求めよ。

2 平行四辺形ABCDにおいて　辺OAの中点をE　辺ABを $k:(1-k)$に内分する点 をF　辺BCを 1：2に内分する点をG　対角線ACと線分OGの交点をＰとする。　ただし $0<k<1$ である。また　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とし $|\vec{a}|=2$　$|\vec{c}|=1$　内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}=1$ とする。

（１）$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

（２）$|\overrightarrow{\mathrm{EF}}|^2$ および内積 $\overrightarrow{\mathrm{EF}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{EP}}$ を k を用いて表せ。

（３）平行四辺形OABCの面積を求めよ。

（４）平行四辺形OABCの面積が三角形EFPの面積の 6 倍であるとき　k の値を求めよ。

3 $f(x)=x^2-3$とおき　曲線 $y=f(x)$ をＣとする。$a_1=3$とし 点 $(a_1,\ f(a_1))$ におけるＣの接線と x 軸との交点の x 座標を a_2 とする。次に　点 $(a_2,\ f(a_2))$ におけるＣの接線と x 軸との交点の x 座標を a_3 とする。同様に 3以上の自然数 n に対し　点 $(a_n,\ f(a_n))$におけるＣの接線と x 軸との交点の x 座標を$a_{n+!}$ とする。

（１）a_2, a_3 を求めよ。

（２）自然数 n に対して　$a_n>\sqrt{3}$ を示せ。

（３）$a_{n+!}-\alpha=\dfrac{1}{\beta}(a_n-\alpha)+\dfrac{3}{\beta}\left(\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{\alpha}\right)$ $(n=1,\ 2,.\ 3,\ \cdots)$ を満たす正の実数α, βを求めよ。

（４）$\lim_{n\to\infty} a_n$ の値を求めよ。

$\boxed{\text{答え}}$

$\boxed{\text{前期日程}}$

$\boxed{1}$ （１）$\mathrm{X}+\mathrm{Y}=e^b$　$\mathrm{XY}=e^a$　（２）$e^{2b}-4e^a \geqq 0$

（３）$2 \leqq e^b \leqq 1+e^a$, $e^{2b}-4e^a \geqq 0$　（４）$\log 2$

$\boxed{2}$ （１）$a_2=-\dfrac{1}{2}$, $a_3=-\dfrac{1}{10}$　$a_n<0$ は数学的帰納法（省略）

（２）$b_{n+1}=2b_n-3$　$b_n=3-11\cdot 2^{n-2}$

（３）$a_n=\dfrac{1}{3n-11\cdot 2^{n-2}+3}$

$\boxed{3}$ （１）$\dfrac{4-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$　（２）$\dfrac{3-\sqrt{6}}{6}$　（３）$\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$

$\boxed{4}$ （１）$y=-\dfrac{1}{t}x+\dfrac{t^2}{2}$　（２）$y=\dfrac{1}{2}x+2$, $y=-x+\dfrac{1}{2}$

（３）$8Y^3=27X^2$　（４）$k=\dfrac{20}{3}$

$\boxed{5}$ （１）$\dfrac{1}{4}(n+1)(n+2)(n^2-n+2)$　（２）極限値　1

（３）$\dfrac{e}{e-1}$, $\dfrac{e}{e-1}$

$\boxed{6}$ （１）$\dfrac{5}{18}$, $\dfrac{5}{18}$　（２）$\dfrac{25}{216}$　（３）$\dfrac{43}{108}$