後期日程

理工学部

1　頂点A, B, Cが反時計回りに位置する三角形ABCを考える。
初めに点Pは頂点Aにある。サイコロを1回投げるごとに　1の目が出れば点Pは反時計回りに1つ隣の頂点に移動し　6の目が出れば点Pは時計回りに1つ隣の頂点に移動し　1と6以外の目が出れば点Pは移動しない。
自然数 n に対し　サイコロを n 回投げたときに点Pが頂点A, B, Cにある確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする。

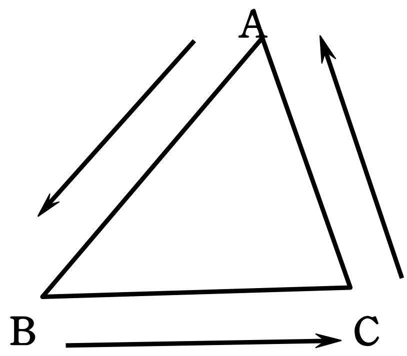
（1） a_1, a_2 を求めよ。

（2） a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

（3） a_n, b_n, c_n を n を用いて表せ。

解法の糸口

① 3点A, B, Cが反時計回りに位置する三角形ABCと反時計回りに△ABCの頂点を移動する点P　右図



② a_n, b_n, c_n とは
最初は点Aにある点Pがサイコロを n 回投げたときに　点A,B, Cにある確率をそれぞれ
a_n, b_n, c_n とおく

③ a_n, b_n, c_n の関係式　　$a_n+b_n+c_n=1$　$b_n=c_n$

④ a_{n+1} の求め方
サイコロを $n+1$回目に投げ終えたとき　点Pが点Aにある確率　このとき
n 回目に点Pが点A, B, Cにあって点Aに位置する場合を考える。
これによって　漸化式をつくる

⑤ 漸化式を解いて a_n を n で表す

⑥ $b_n=c_n=\frac{1}{2}(1-a_n)$ より $b_n=c_n$ を n で表す

解答

詳細な解答はメルカリから購入した徳島大学の数学を参照してください

感想

ていねいな表現　分かりやすい題意。場合の数と確率　数列の漸化式を絡めた数学Aと数学Bの基本題。安心して解き終えました。感謝！感謝！

2　i を虚数単位とする。

（１）$z=1+2i$ に対し　$\dfrac{z-1}{z+1}=r(\cos\theta+i\sin\theta)$　$(r>0,\ -\pi<\theta<\pi)$

を満たす実数 r およびθを求めよ。

（２）$|z|=1$ かつ $\left|\dfrac{z-1}{z+1}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。

（３）実数 x，正の実数 y に対し　複素数 $z=x+yi$ を考える。

$arg\dfrac{z-1}{z+1}=\dfrac{\pi}{6}$ を満たす点 z全体の集合 を複素数平面上に図示せよ。

解法の糸口

①　複素数 $z=x+yi$

ただし　$i^2=-1$，x, y は実数

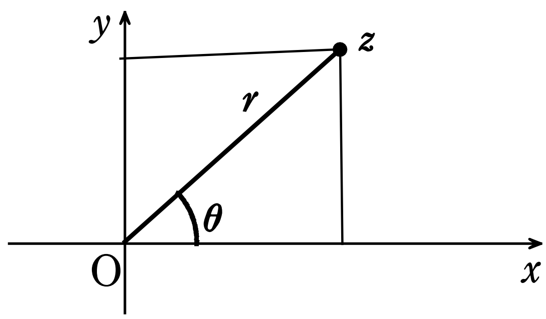
②　複素数 z の極形式

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

絶対値 $|z|=r$　$r>0$

偏角　$argz=\theta$　$0<\theta<2\pi$

または　$-\pi<\theta<\pi$



③　絶対値 $|z|$と共役複素数 $\overline{z}$との関係　$|z|^2=z\overline{z}$

④　$|z|=1$ かつ $\left|\dfrac{z-1}{z+1}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ を満たす複素数 z　$\left|\dfrac{z-1}{z+1}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ より

$\sqrt{3}|z-1|=|z+1|$　両辺ともに正であるから　両辺2乗と同値

$3|z-1|^2=|z+1|^2$　このとき　$3(z-1)(\overline{z}-1)=(z+1)(\overline{z}+1)$

また　$|z|=1$ より $z\overline{z}=1$ を代入して整理すると $z+\overline{z}=1$

⑤　$z+\overline{z}=1$, $|z|=1$ のとき z の求め方

解法１　$z=x+yi$　$x^2+y^2=1$

解法2　$z=\cos\theta+i\sin\theta$　$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

⑥　$arg\dfrac{z-1}{z+1}=\dfrac{\pi}{6}$ を満たす点 z 全体の集合 を複素数平面上に図示

$\dfrac{z-1}{z+1}$ の絶対値を r $(r>0)$, $z=x+yi$ （xは実数, $y>0$）とおく。

$\dfrac{(x-1)+yi}{(x+1)+yi}=r\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$　左辺を実数化して　左辺の実部　右辺の実部　左辺の虚部　右辺の虚部を比較して x, y を r で表す。 r を消去　x, y の関係式を導く。そして x, y の方程式が描く図形を図示

解答

詳細な解答はメルカリから徳島大学の数学を購入して参照してください

感想

新課程　数学C　複素数平面。共通テストにおいて　選択問題に採用されました。